

## Dan škole - 16. studeni 2018.



Radionica : **ZLATNI REZ, povijest i pojavnost**

Pojam koji povezuje matematiku, prirodu, tehniku i umjetnost  
na vrlo neobičan i zanimljiv način.

## DEFINICIJE

Stari grci pa i Euklid u svojim „Elementima“, podjelu dužine u zlatnom omjeru zove podjelom u krajnjem i srednjem omjeru.

Prepostavljam da taj termin proizlazi iz toga što se zamišljalo da dužina ima početak P i kraj K, a dijeli se srednjom točkom S tako da

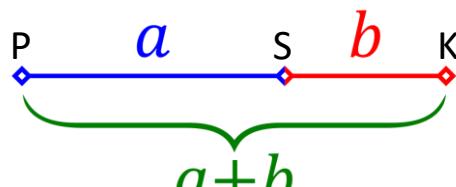
„srednji omjer“  $SP : SK$  bude jednak „krajnjem omjeru“  $KP : KS$ .

Euklid      300. g.p.n.e.

Fibonacci      1202. g.

Luca Pacioli      1509. g.

Kepler      1600. g.



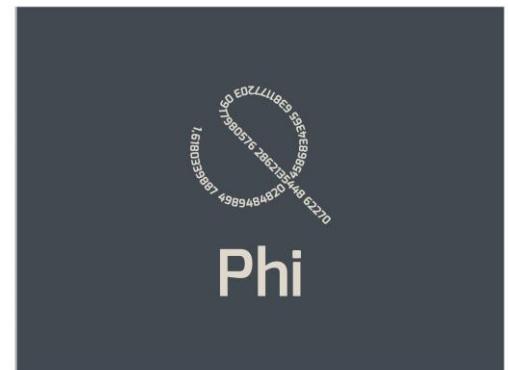
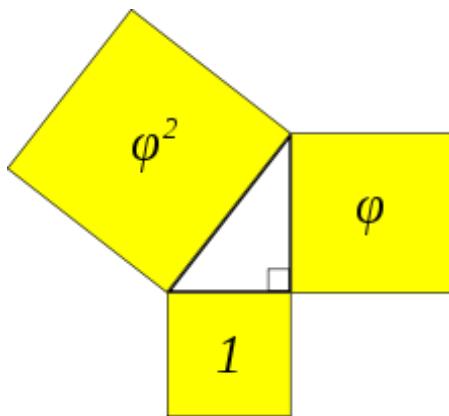
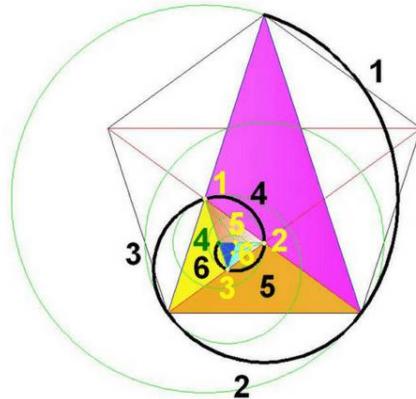
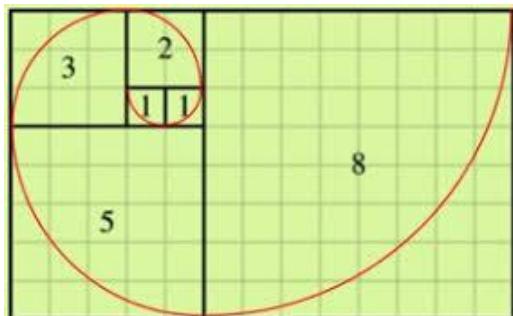
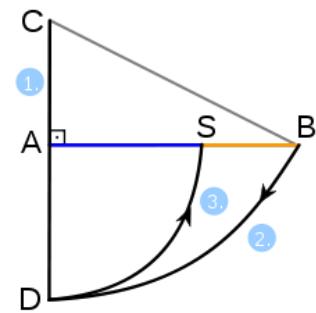
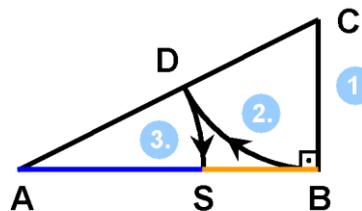
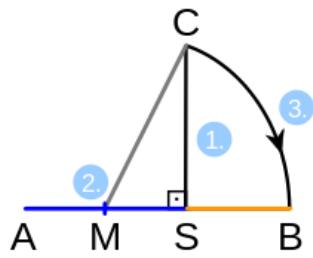
$a+b$  is to  $a$  as  $a$  is to  $b$

Kažemo da su dvije veličine u zlatnom rezu ako se manji dio odnosi prema većem kao što se veći dio odnosi prema ukupnom.

Dvije su veličine  $a > b$  u omjeru zlatnog reza, ako se njihov zbroj  $a+b$  prema većoj veličini  $a$ , odnosi kao veća veličina  $a$ , prema manjoj veličini  $b$ .

$\Phi\varphi$   
1,6180339...

## GEOMETRIJSKE KONSTRUKCIJE

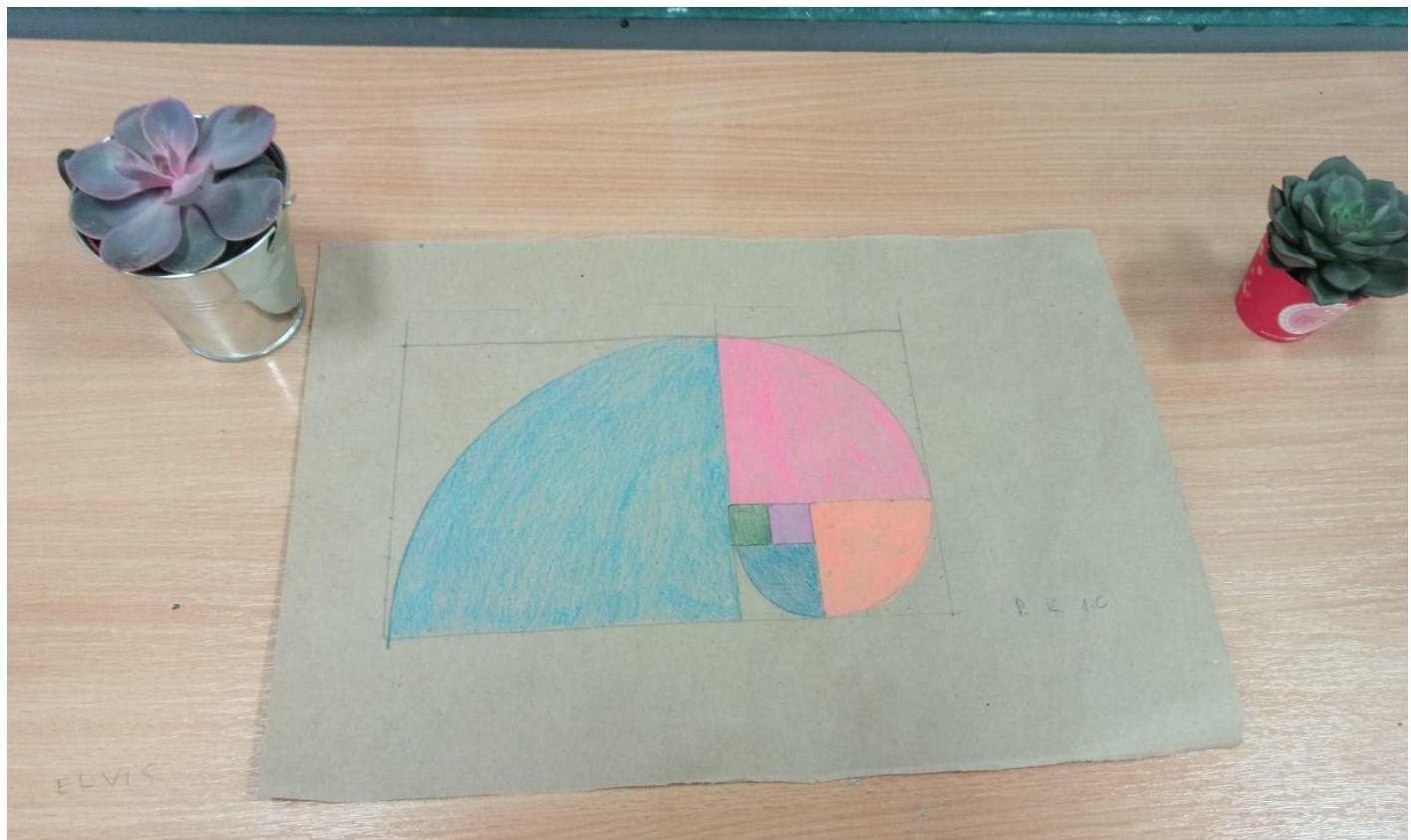


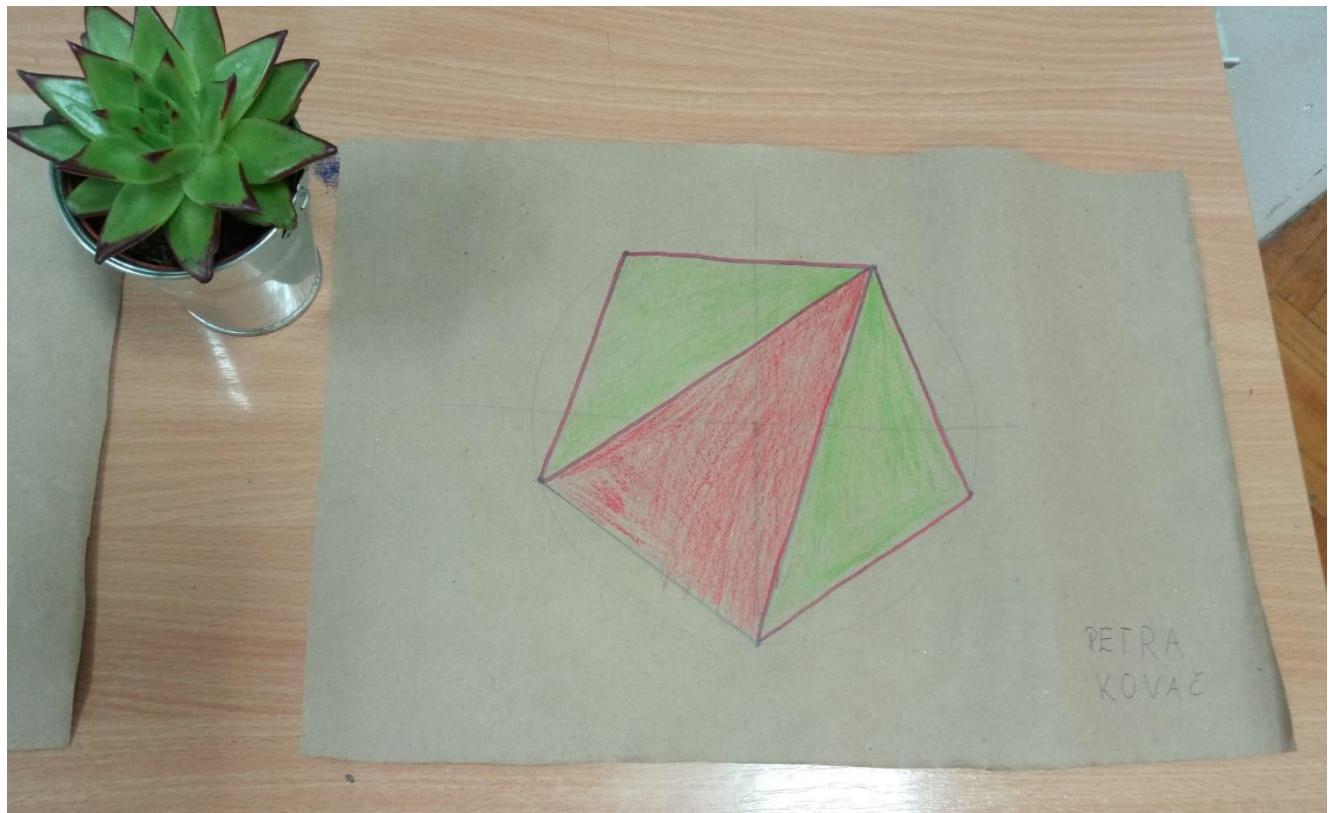
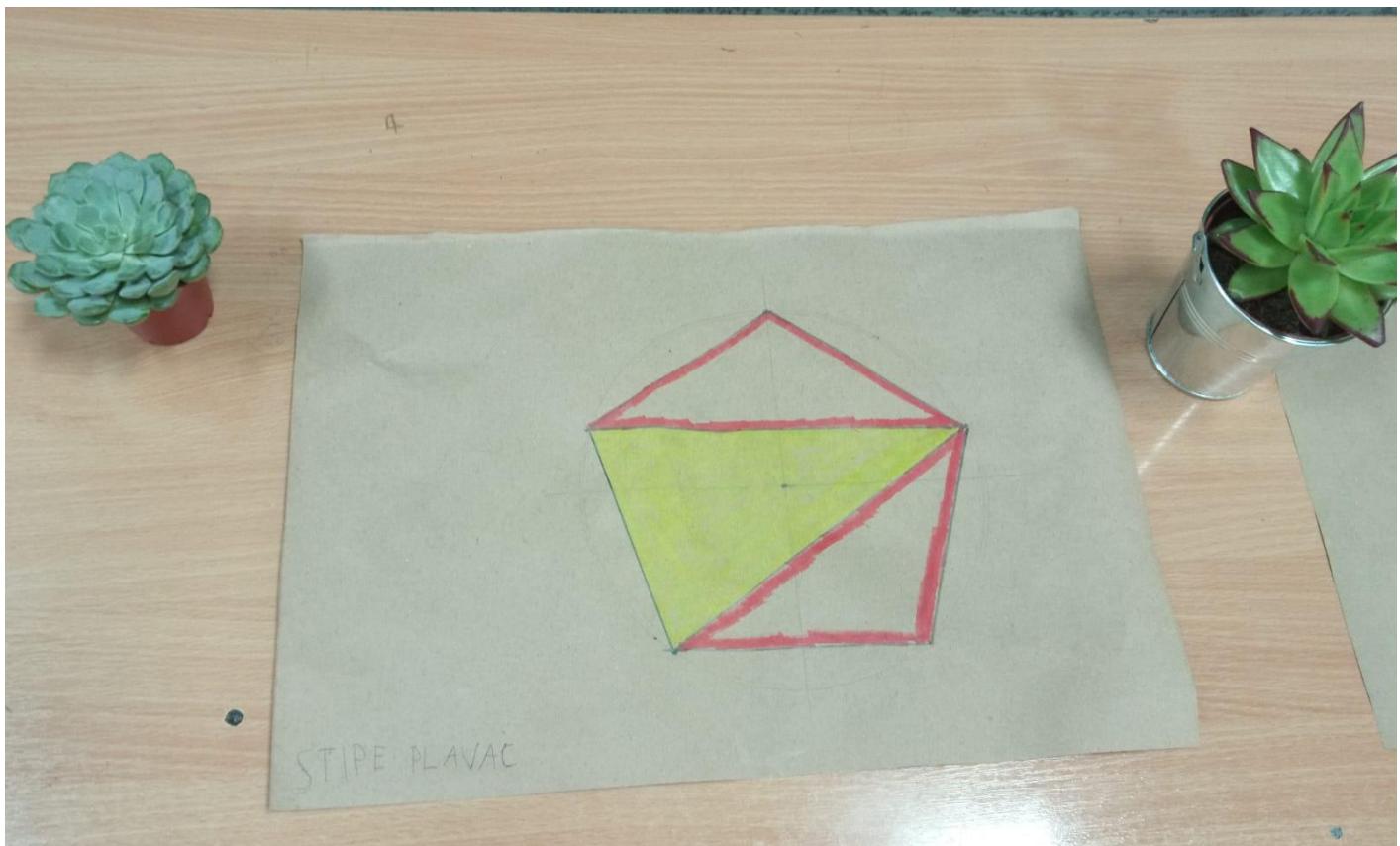
IZVORI : 1. [http://en.wikipedia.org/wiki/Golden\\_ratio](http://en.wikipedia.org/wiki/Golden_ratio)

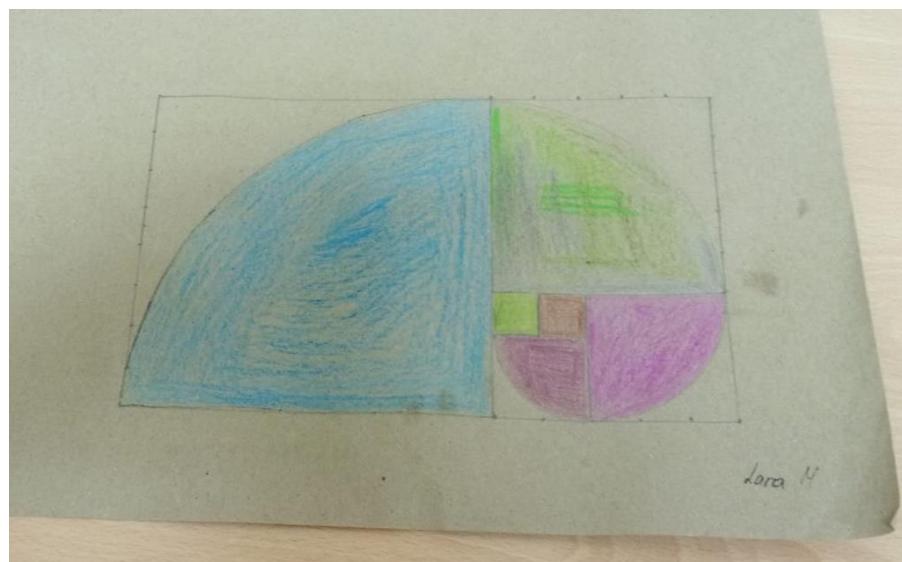
2. <http://www.goldennumber.net>

3. Matka 22 2013./2014. br. 85 (str. 8 – str. 11)

## UČENIČKI RADOVI







## ZLATNI REZ - POVIJEST I POJAVNOST

Život i svijet oko nas je uistinu nevjerljiv, kao i spoznaja da se sva ljepota svijeta i svemira može sažeti u jednom broju kojeg naše oko percipira u svemu što je estetski lijepo i privlačno. Pravilno razumijevanje zlatnog reza od neprocjenjive je vrijednosti za sve načine dizajniranja – od arhitekture, graditeljstva, slikarstva, kiparstva pa sve do web dizajna. Pored uvažavanja činjenice da je suvremeno graditeljstvo, projektiranje i građenje, kao i razvoj znanosti i tehnike u cjelini poprimilo epitete revolucionarnog i u mnogo čemu originalnog, stoji činjenica da dostignuto stanje nije moguće razumjeti bez poznavanja povjesne pozadine.

Zlatni rez prisutan je u svim aspektima ljudskog života. Gdje god opazimo iznimnu ljepotu i sklad, najčešće ćemo otkriti prisutnost zlatnog reza. To je pojam koji povezuje matematiku, prirodu, tehniku i umjetnost na vrlo neobičan i zanimljiv način. Postoji li nešto zajedničko između crkve Notre Dame u Parizu, ljudskog tijela, dizajna Twittera i kreditne kartice, te običnog puža? Odgovor je da. Jedan, jedini broj – 1.6180339887. Matematička konstanta koju označavamo grčkim slovom  $\Phi$  (fi) i nazivamo ju zlatnim rezom. Taj broj inspirirao je mnoge mislioce raznih znanstvenih disciplina kao ni jedan drugi koji se ikad pojavio u povijesti matematike.

Zlatni rez ima dugu tradiciju, a poznat je iz najranijih zapisa u geometriji. Iako se najčešće veže uz grčku umjetnost, bio je poznat još i ranije, u vrijeme Babilonaca i Egipćana. Poznat pod nazivima zlatni omjer, božanska proporcija, sveti rez ili  $\Phi$ , u isto vrijeme predstavlja i jednostavno i zagonetno načelo koje se beskonačno ponavlja u prirodi, umjetnosti i znanosti.

Zlatni rez može se pronaći još u pričama Starog zavjeta. Bog kaže Mojsiju: „Od bagremova drva neka naprave Kovčeg: dva i po lakta dug, lakat i po širok i lakat i po visok“. Ove mjere čine oblik koji je savršeno proporcionalan prema pravilu zlatnog reza.

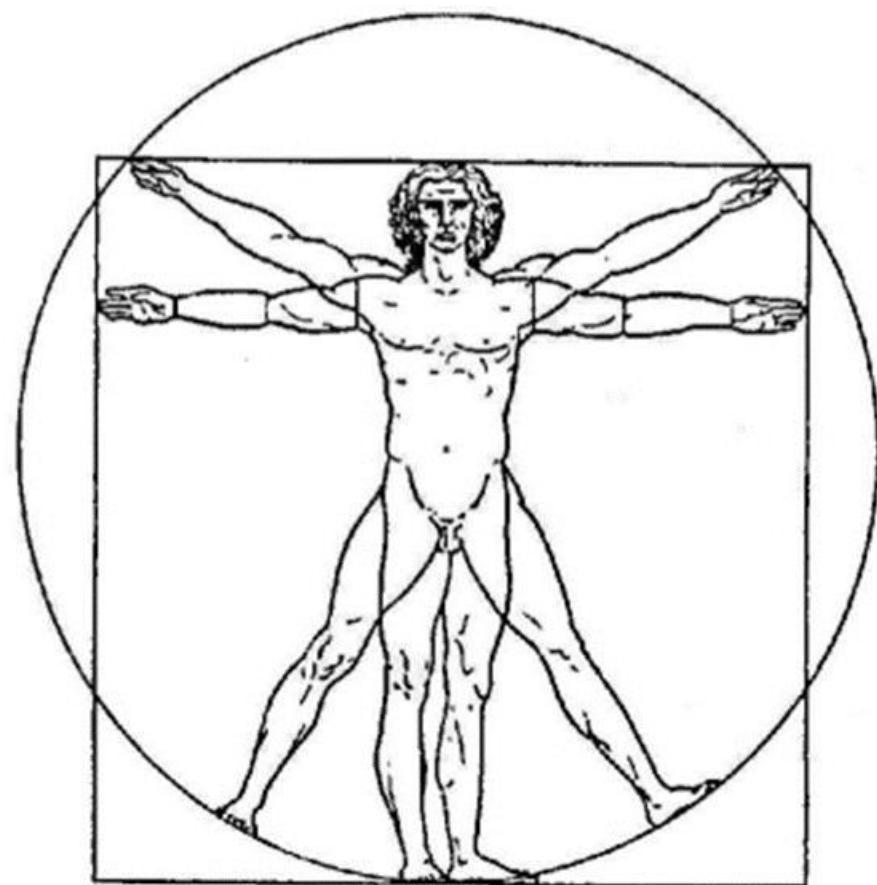
Predaja kaže da je učenje o zlatnom rezu iz Egipta u Grčku donio Pitagora, koji je i povezao zlatni rez s glazbom smatrajući da glazbu valja skladati prema točno određenim kanonima jer jedino tako može odražavati muziku sfera. Prema Pitagorinu učenju može se vidjeti da priroda broja i njegova moć predstavljaju temelj i izvor svih stvari i vladaju u, ne samo ‘demonskim i božanskim stvarima’, već i u svim ljudskim postupcima, riječima, u svim tehničkim poslovima, kao i u glazbi. Unutarnji sklad koji Pitagora otkriva kroz glazbu i matematiku naziva Harmonijom. Ona predstavlja spajanje različitosti, usklađenost suprotnosti, kao i usklađenost među kontrastima.

Teorija zlatnog reza koja je započeta još u antici, svoj procvat imala je u renesansi kada su umjetnici, matematičari, fizičari i astrolozi tražili savršenstvo u kompozicijama poznatih struktura.

Mnogi renesansni umjetnici koristili su zlatni rez na svojim slikama i skulpturama da bi postigli ravnotežu i ljepotu. Prema nekoliko izvora, Leonardo da Vinci upotrijebio ga je za određivanje osnovnih proporcija „Posljednje večere“ i „Mona Lise“

Charles Bonnet, švicarski prirodnjak i filozof, u 18. st. proučava filotaksiju biljaka (način rasta). U rastu biljaka uočava redovitu pojavu dvaju susjednih Fibonaccijevih brojeva i proporcije zlatnog reza.....

Promatrajući svijet oko sebe, Vitruvije zaključuje da u ljudskom tijelu postoji savršena harmonija između svih njegovih dijelova, što Leonardo da Vinci dokazuje u svom poznatom crtežu čovjeka, jednom od najpoznatijih crteža u cjelokupnoj povijesti europske umjetnosti.

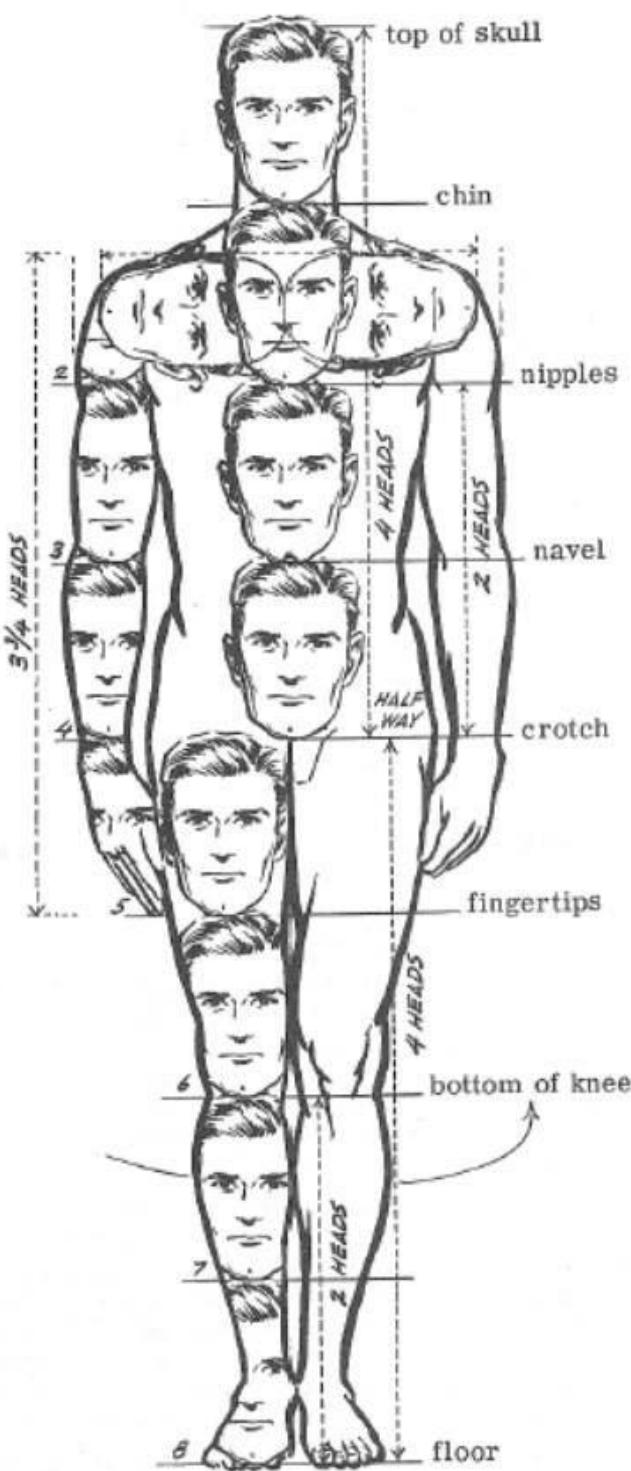


Vitruvijev čovjek je svjetski poznati crtež Leonarda da Vincija iz oko 1487. godine. Vitruvije kaže: "Kad bi, na primjer, čovjek legao na leđa, raširio ruke i noge, i kad bismo vrh šestara postavili na njegov pupak i opisali kružnicu, to bi ona dirala prste ruku i nogu."



Vitruvijev čovjek na italijanskoj kovanici od 1 eura

Prema Leonardovom viđenju pratećeg teksta, napisanog zrcalnim rukopisom, crtež je izrađen kao studija o proporcijama ljudskog (muškog) tijela, kao što je opisao Vitruvije:



- dlan je širina 4 prsta
- stopalo je širina 4 dlana (npr., oko 12 inča)
- kubit je širina 6 dlanova
- korak iznosi 4 kubita
- visina čovjeka iznosi 4 koraka (tj. 24 dlana)
- *erit eaque mensura ad manus pansas* (dužina čovjekovih raširenih ruku (raspon ruku) jednak je njegovoj visini)
- razmak između početka kose na čelu i dna brade jeste  $1/10$  čovjekove visine
- razmak između vrha glave i dna brade iznosi  $1/8$  čovjekove visine
- razmak između dna vrata i do početka kose iznosi  $1/6$  čovjekove visine
- maksimalna širina ramena iznosi  $1/4$  čovjekove visine
- razmak između sredine prsa do vrha glave iznosi  $1/4$  čovjekove visine
- razmak od laka do vrha šake iznosi  $1/4$  čovjekove visine
- razmak od laka do pazuha iznosi  $1/8$  čovjekove visine
- duljina šake je  $1/10$  čovjekove visine
- razmak između dna brade i nosa iznosi  $1/3$  visine glave
- razmak između početka kose i obrva iznosi  $1/3$  dužine lica
- duljina uha iznosi  $1/3$  dužine lica
- duljina čovjekovog stopala iznosi  $1/6$  njegove visine

## Šta je Fibonaccijev niz?

Leonardo iz Pise, zvan Filius Bonaccio (Fibonacci), rođen je u vrijeme kad je Italija bila sjedište financijske i crkvene moći i vlasti. Došao je u kontakt s indijskim sustavom znakova i vrlo brzo shvatio njihov značaj. U dobi od svega dvadeset i sedam godina objavljena je njegova Knjiga računanja ili „Liber abaci“ čija je namjera bila uvesti hinduski pozicijski sustav Europu i objasniti upotrebu novih brojki. Nakon više od dva desetljeća objavljeno je i revidirano izdanje Knjige računanja koje je došlo i do nas, a ostvarila je dubok utjecaj na europsku misao. Problem koji se pojavio u trećem dijelu Liber abaci doveo je do otkrića po kojem je Fibonacci danas najpoznatiji – Fibonaccijevi brojevi i Fibonaccijev niz. Fibonaccijev niz brojeva predstavlja jedan od načina na koji se može generirati  $\Phi$ .

Prva dva člana Fibonaccijeva niza su 1 i 1, a svaki sljedeći član dobije se na način da se zbroje prethodna dva. U tim omjerima Fibonaccijevih brojeva može se uočiti nešto poprilični neobično. Naime, ako veći Fibonaccijev broj podijelimo s manjim Fibonaccijevim brojem, dobit ćemo poznat iracionalan broj 1,6180339 i tako u beskonačan broj decimala, što iznosi približnu vrijednost broja  $\phi$  –  $\Phi$ . Ovo otkriće potpuno je iznenadilo matematičare kad su otkrili njegov odnos prema zlatnom omjeru. Zlatni pravokutnik može se nacrtati gniježđenjem Fibonaccijevih brojeva jednog pored drugog. Čineći to, može se primjetiti da je svaki pravokutnik sastavljen od svih prethodnih kvadrata, čije su dužine stranica jednakе Fibonaccijevim brojevima.

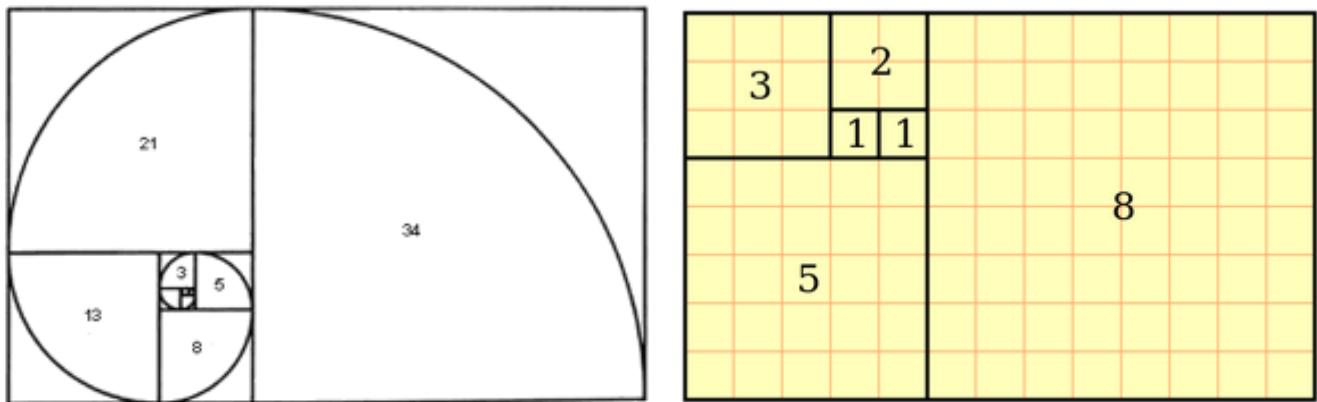
**Fibonaccijev niz**, poznat i kao zlatni presjek, predstavlja niz brojeva u kome zbroj prethodna dva broja u nizu daju vrijednost narednog člana niza. Indeksiranje članova ovog niza počinje od nule a prva dva člana su mu 0 i 1.

$$\begin{aligned}f_0 &= 0; \\f_1 &= 1; \\f_n &= f_{n-1} + f_{n-2}; \quad n \geq 2\end{aligned}$$

To jest: **0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...**

Fibonaccijev niz se osim brojevima može prikazati i putem **serije pravokutnika** koji se još zove i zlatni pravokutnik, a najugodniji je ljudskom oku. To je pravokutnik kod kojeg je omjer dulje stranice prema kraćoj jednak  $\Phi$ .

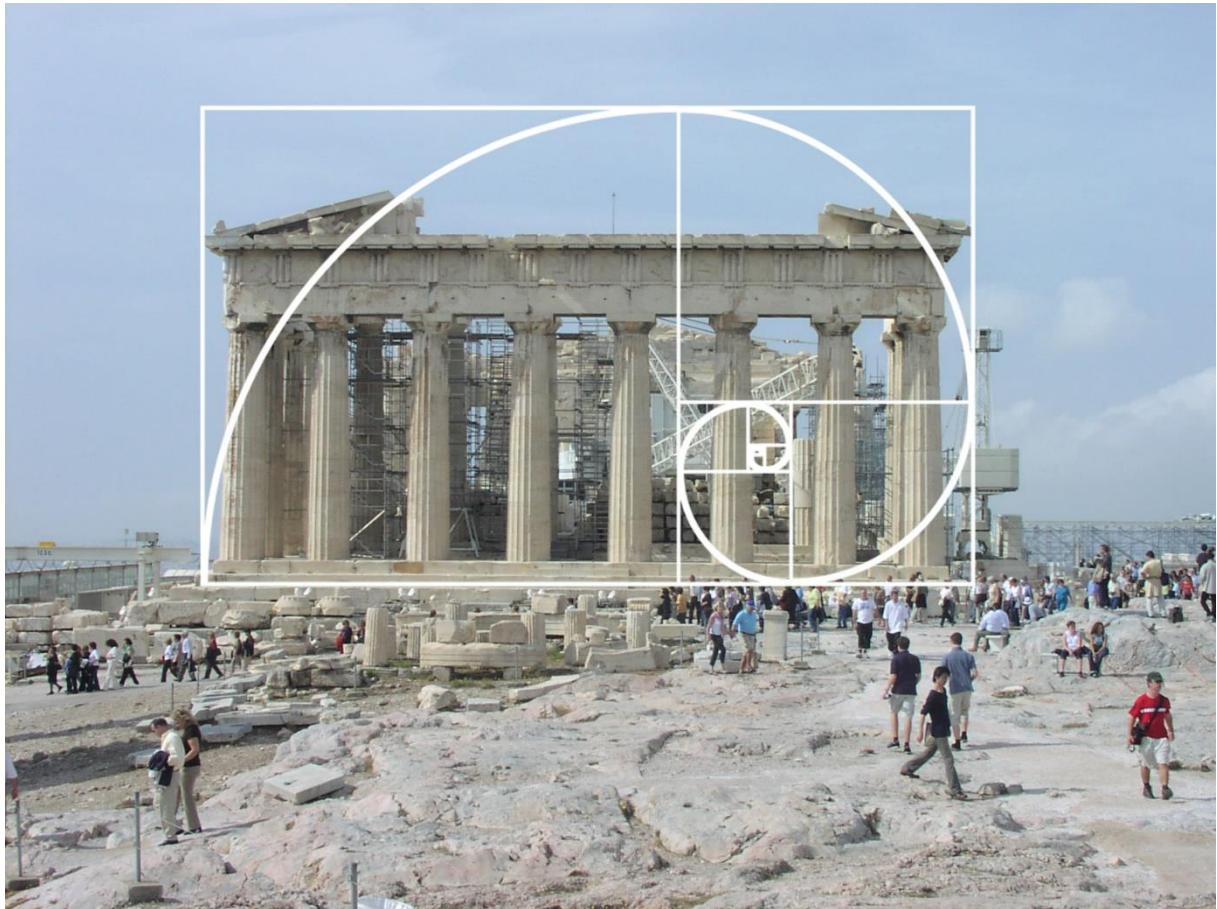
kao i **spiralom** ili zlatna spirala



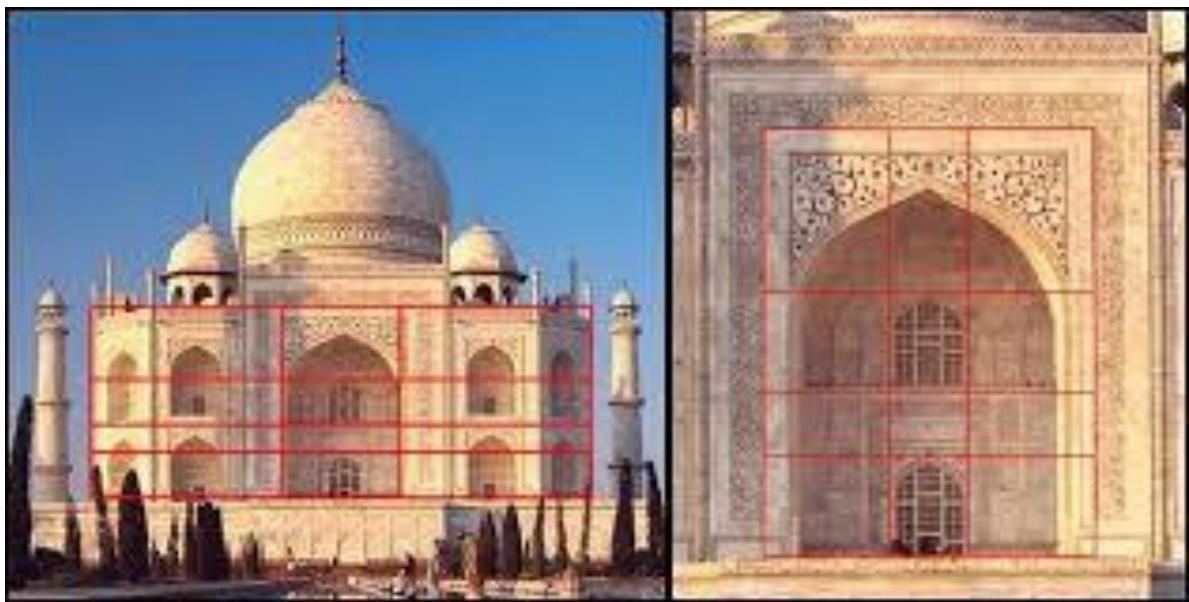
koju možemo nacrtati koristeći te pravokutnike.

Utome obliku se najčešće pojavljuje u prirodi, umjetnosti kao i u arhitekturi.

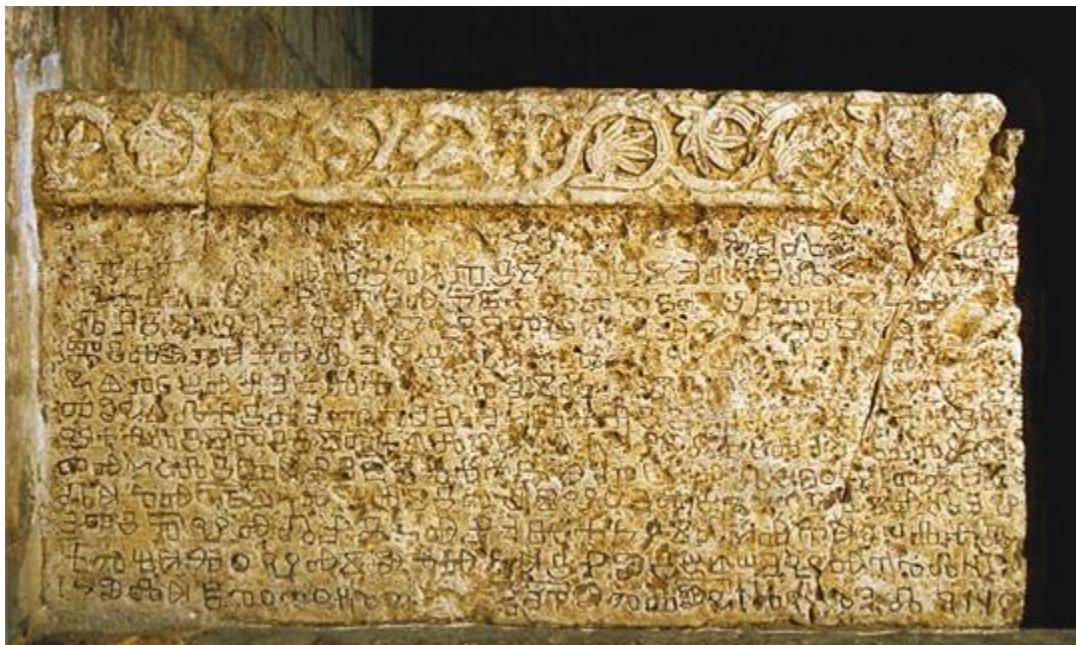
## Partenon



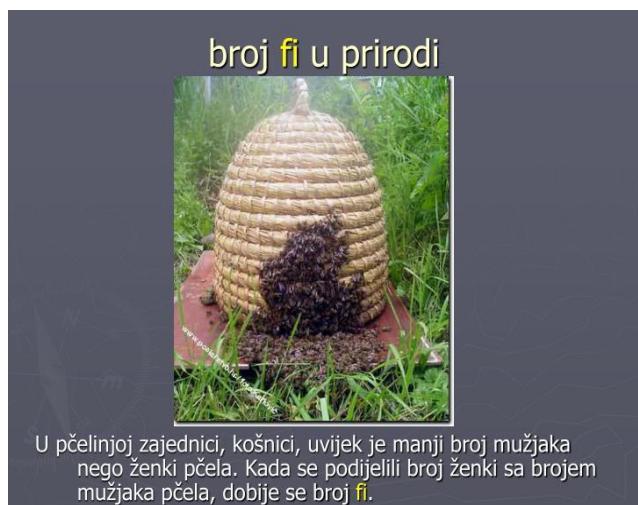
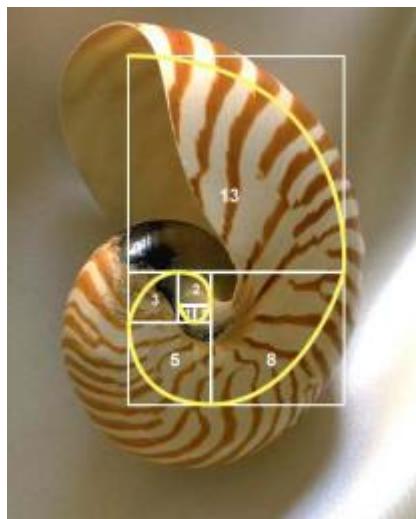
## Taj Mahal



**Bašćanska ploča**, napravljena je u približnom omjeru zlatnog reza

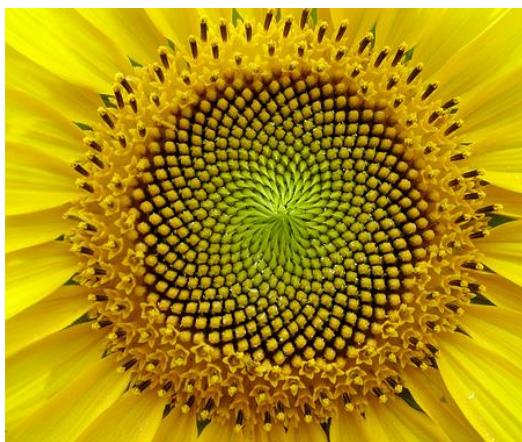
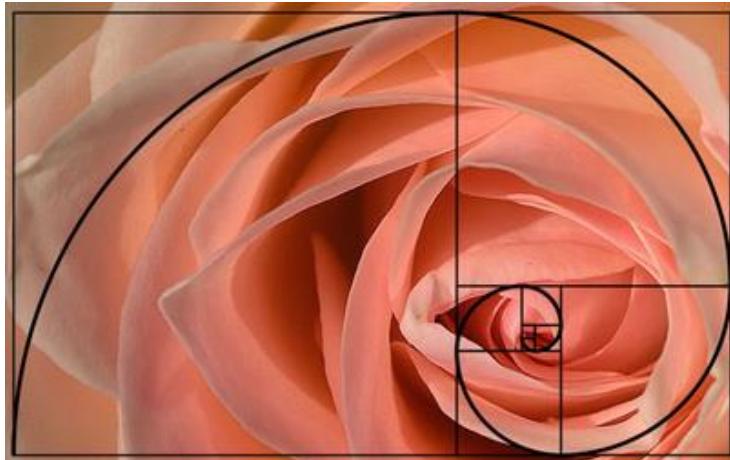


**Zlatna spirala** nalazi se svuda oko nas.



**puž Nautilus (indijska lađica)**

## I biljke rastu prema pravilu zlatnog reza

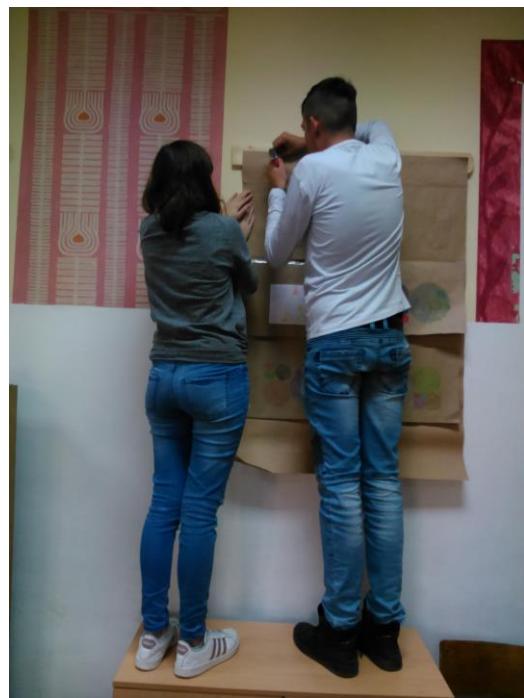
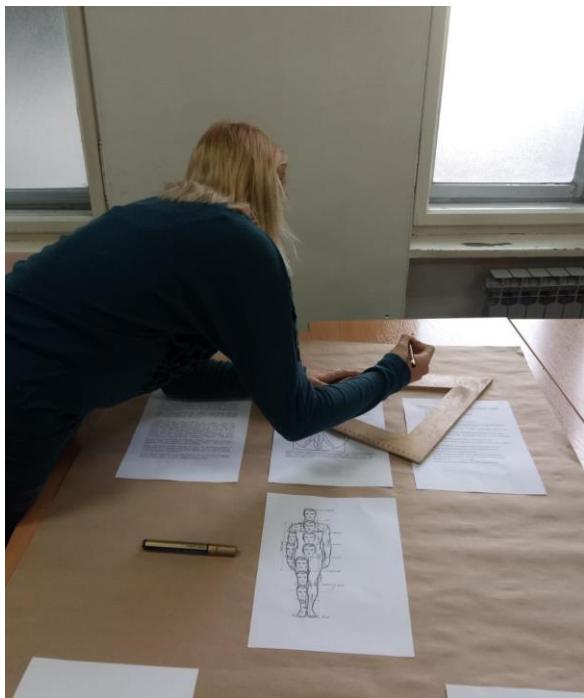


IZVOR: 1. Technical journal 7, 1(2013), 84-90 – “Zlatni rez” , Sanja Zlatić  
2. <https://zlatnirezarhitektura.weebly.com/zlatni-rez-u-hrvatskoj.html>  
3. [https://hr.wikipedia.org/wiki/Vitruvijev\\_%C4%8čovjek](https://hr.wikipedia.org/wiki/Vitruvijev_%C4%8čovjek)

## GALERIJA FOTOGRAFIJA



Kreativna i radna atmosfera na radionici ZLATNI REZ u učionici br. 4





Učenice i učenik prvog razreda



Učenici i učenice završnih razreda

Voditeljice radionice u društvu administratorice Sanele Leko i donedavne računovotkinje Edita Pogorilić:



Posjetio nas je profesor Bojan Baćić koji nas je i fotografirao :





Školska ploča u novom ruhu  
uz opuštenu kreativnu atmosferu vrijednih učenica i učenika.





Petra  
Katarina  
Stipe  
Doris  
Nina  
Matej  
Josip  
Mihaela  
Stella  
Nikolina  
Lara





Voditeljice radionice : Irena Koludrović Harbić, prof. i Jasminka Randi, prof. su nakon uspješno održene radionice podijelile 11 prigodnih Pohvalnica učenicama i učenicima koji su sudjelovali !

